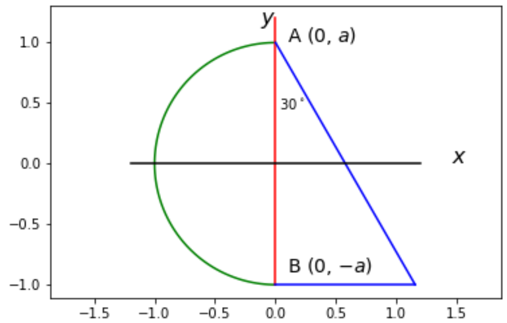
2024/10/9 (水)
参考問題

1. 質量 $m$ の質点が一端を固定したバネに水平につながれている。質点の平衡位置からの変位を $x$、バネ定数を $k$ とする。質点には抵抗力が働かない時、質点に周期的に変動する外力 $mf_0\cos\omega t$ を与えた。なお、$\omega_0=\sqrt{k/m}$ を用いてよい。
   (a) 運動方程式を書け。
   (b) 抵抗がある時の強制振動と同じように解を求めよ。
   (c) $t=0$ のとき、$x=0,\ v=0$ の時の解を求めよ。ただし $\omega\neq\omega_0$ とする。
   (d) $\omega=\omega_0+\Delta\omega$ とし、$\Delta\omega\to 0$ とすることにより、$\omega=\omega_0$ の時の解を求めよ。
2. 質量 $m$ の質点に対する重力のする仕事を計算してみよう。図のように水平面内に $x$ 軸、鉛直上方に向かって $y$ 軸をとる。重力加速度の大きさを $g$ とする。質点が図の A 点 $(0,+a)$ から B 点 $(0,-a)$ まで 3 通りの経路を通って移動した。それぞれの場合について重力のする仕事を計算せよ。




3. 積分 $\int \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$ が始点と終点で決まり、途中の経路によらないときは、ある関数 $U(x,y,z)$ が存在し、
$$F_x=-\frac{\partial U}{\partial x}, F_y=-\frac{\partial U}{\partial y}, F_z=-\frac{\partial U}{\partial z}$$
が成り立つことをしめせ。このとき $\boldsymbol{F}$ を保存力、$U$ をポテンシャルと呼ぶ。O を基準点、P を任意の点として、
$$\int_O^P \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=-U_P$$
とおく。十分近くにある 2 点 A, B を考えればよい。
4. 平面内で働く力 $F_x=-axy,\ F_y=-\frac{1}{2}ax^2-y^2$ がある。この力は保存力か？　保存力ならばポテンシャルを求めよ。

課題

1. A$(x,y)$, P$(x+h,y)$, Q $(x,y+k)$, B$(x+h,y+k)$ となる四角形を考える。$h,k$ は微小量とする。経路 I を A から $y$ 方向に Q まで、Q から $x$ 方向に B まで、経路 II を A から $x$ 方向に P まで、P から $y$ 方向に B までとする。力 $\boldsymbol{F}$ が保存力である時、経路 I と経路 II で仕事 ($\int_A^B \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$) は等しい。この時、以下を示せ。
$$\frac{\partial F_x}{\partial y}=\frac{\partial F_y}{\partial x}$$
2. 平面内で働く力 $F_x=3x^2y,\ F_y=x^3$ がある。この力は保存力か？　保存力ならばポテンシャルを求めよ。