2024/12/2
参考問題

1. 実験室において、静止している質量 m_1 の粒子に質量 m_2 の粒子が速度 $\boldsymbol{v_0}$ で弾性衝突した。

   (a) 実験室系における 2 粒子の重心 $\boldsymbol{r}_{\mathrm{G}}$ の速度を求めよ。

   (b) 重心系からみた衝突前の 2 粒子の速度 $\boldsymbol{V_1}, \boldsymbol{V_2}$ を $m_1, m_2, \boldsymbol{v_0}$ であらわせ。

   (c) 重心系からみた衝突後の 2 粒子の速度を $\boldsymbol{V_1'}, \boldsymbol{V_2'}$ とする。運動量保存、エネルギー保存を考えることにより、それぞれの粒子の速さが衝突後もかわらないこと、つまり $V_1' = V_1, V_2' = V_2$ であることを示せ。

   (d) 実験室系での速度は重心系の速度に $-\boldsymbol{V_1}$ を加えればよい。重心系での散乱角を ϕ, 実験室系での散乱角を Φ とすると、

$$\tan\Phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi + (m_2/m_1)}$$

   となることを説明せよ。

2. 宇宙探査機は惑星の重力を用いて、加速または減速を行うことができる。これをスイングバイと呼ぶ。探査機が惑星に近づいている間、探査機へ働く力は惑星からの重力のみを考えればよく、また惑星は太陽に対し速度 $\boldsymbol{V}$ で等速直線運動をしているとみなすことができるとする。図のように惑星に近づく前の無限遠方での探査機と惑星の相対速度を $\boldsymbol{u}_i$(大きさ u_0)、遠ざかった後の相対速度を $\boldsymbol{u}_f$ とする。$\boldsymbol{u}_i$ と $\boldsymbol{u}_f$ のなす角を $\theta(0 < \theta < \pi)$ とするとき、太陽から見た探査機の運動エネルギーの変化量を求めよ。図のように太陽からみた惑星の運動方向を $-x$ 方向とし、$\boldsymbol{V}$ と $\boldsymbol{u}_i$ のなす角度を α、$\boldsymbol{V}$ と $\boldsymbol{u}_f$ のなす角度を α とし、y 軸方向に対象となる運動の場合を考える。

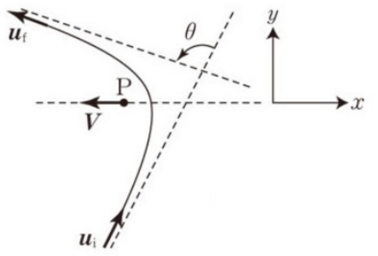

図9.6 スイングバイ

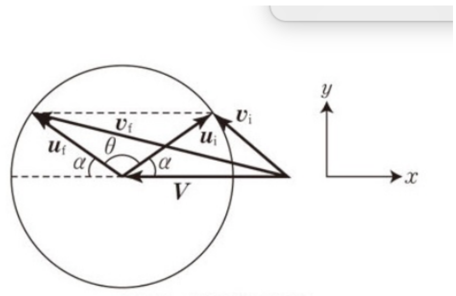

図9.8 探査機の加速

課題
質量が m_1, m_2 の 2 個の球が一直線上を運動して弾性衝突した。実験室系での初速度を $v_1, v_2(v_1 > v_2)$ とするとき、重心系における初速度 V_1, V_2 と衝突後の速度 V_1', V_2' および、実験室系における衝突後の速度 v_1', v_2' を v_1, v_2 を用いて表せ。なお、衝突後も同じ直線上を運動するとする。